

**ЗАДАНИЯ II-ГО (ОЧНОГО) ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
РГАУ-МСХА ИМЕНИ К.А. ТИМИРЯЗЕВА ПО МАТЕМАТИКЕ 2024/2025 гг.**

9 класс

1. Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x + 3}} + 4}{\sqrt{x} - \sqrt{x - 3} - \sqrt{3x + x^2} + \sqrt{x^2 - 9}} - \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x - 3}}$$

2. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} + 1 > \frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1}, \\ (x^2 + 8x + 15)\sqrt{x + 4} \geq 0. \end{cases}$$

3. Дана прямоугольная трапеция у которой меньшее основание равно большей боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если её большая диагональ делит высоту, проведённую из вершины тупого угла на отрезки длины 12 и 20 см.

4. В течение нескольких дней Витя ходил в кафе и каждый раз выбирал там себе комбо-обед. При заказе комбо-обеда нужно выбрать один из нескольких супов, один из нескольких салатов и одно из 13 горячих блюд. За все дни каждый из возможных комбо-обедов Дима либо заказывал 1 раз, либо не заказывал вовсе. Известно, что один вид горячего он заказывал ровно 1 раз, второй вид — ровно 2 раза, ..., тринадцатый вид — ровно 13 раз, а каждую возможную комбинацию «суп + салат» он попробовал ровно 1 раз. Известно, что салатов больше, чем супов. Сколько супов предлагается на выбор при заказе комбо-обеда? Сколько салатов предлагается на выбор при заказе комбо-обеда?

5. Решите уравнение:

$$|x^2 - x - 6| = |6 - x|$$

6. В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию равна 30, а высота, проведенная к боковой стороне равна 48. Найти периметр и вид этого треугольника.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y^2 + xy = 15 \\ x^2 + xy = 10 \end{cases}$$

10 класс

1. Упростить выражение:

$$\left(\frac{x^8 + x^4 - x^2\sqrt{2} + 2}{x^4 - x^2\sqrt{2} + 1} + x^2\sqrt{2} \right)^{1/2}$$

2. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} + 1 > \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}, \\ (x^2 + 8x + 15)\sqrt{x+4} \geq 0. \end{cases}$$

3. Дана прямоугольная трапеция у которой меньшее основание равно большей боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если её большая диагональ делит высоту, проведённую из вершины тупого угла на отрезки длины 12 и 20 см.

4. Из пункта В в пункт А вышел пешеход. Через 6 часов из пункта А в пункт В навстречу первому вышел второй пешеход. При встрече выяснилось, что второй пешеход прошёл на 12 км меньше первого. Отдохнув, они одновременно покинули место встречи и продолжили путь, каждый в своем направлении с прежней скоростью. В результате второй пешеход пришел в пункт В через 8 часов, а первый – в пункт А через 9 часов после встречи. Найдите расстояние между пунктами А и В.

5. Доказать, что уравнение $x^4 - 16x^3 + 96x^2 - 256x + 269 = 0$ не имеет действительных решений.

6. В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию равна 30, а высота, проведенная к боковой стороне равна 48. Найти периметр и вид этого треугольника.

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x} = \frac{y+z}{2} \\ \sqrt{y} = \frac{x+z}{2} \\ \sqrt{z} = \frac{x+y}{2} \end{cases}$$

11 класс

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{\frac{2-x}{x-1}} - 7\sqrt{\frac{x-1}{2-x}} = 6$$

2. В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию равна 30, а высота, проведенная к боковой стороне равна 48. Найти периметр и вид этого треугольника.

3. При проведении опроса среди населения выяснилось, что большая часть опрошенных предпочитает отдыхать в России, а не за рубежом. Три человека затруднились сделать выбор. Среди любителей отдыха за рубежом 30% предпочитают отдых в горах другим видам отдыха. Среди любителей отдыха в России 50% предпочитают отдых у моря, $44\frac{4}{9}\%$ предпочитают отдых в горах, а оставшийся один человек предпочёл отдых на даче. Сколько человек было опрошено?

4. Решить неравенство

$$\log_2^2|x| - \log_2 \frac{x^2}{2} \geq \left(\frac{1}{2} \log_2 4 + \log_4 |x| \right)^2$$

5. Найти объем правильной треугольной пирамиды, если радиус вписанной в основание окружности равен $\sqrt{3}$, а двугранный угол между боковой гранью и основанием равен 45° .

6. Прямая $y = kx + b$ является общей касательной к графикам функций $f(x) = x^2 + 4x$ и $g(x) = x^2 - 6x + 7$.

Найдите значение выражения $k + b$.

7. Известно, что $2f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = px + 1$.

Найдите значение параметра p , если $f(4) = -2$.