

**ЗАДАНИЯ II-ГО (ОЧНОГО) ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
РГАУ-МСХА ИМЕНИ К.А. ТИМИРЯЗЕВА 2021/2022 гг.**

МАТЕМАТИКА

9 класс

Вариант 1

1. Найти значение выражения $x_1^3 + x_2^3$, где x_1, x_2 - корни уравнения $x^2 - 6x + 10 = 0$

2. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 6x - 7 \geq 0 \\ x^4 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

3. В равнобокой трапеции **ABCD**, **CH** — высота, проведённая к большему основанию **AD**. Найдите длину отрезка **HD**, если средняя линия **KM** трапеции равна 16, а большее основание 20.

4. Из города **A** в город **B** выехал пассажирский поезд. Одновременно с ним из города **B** на встречу выехал товарный поезд, скорость которого на 15 км/ч меньше, чем пассажирского. Определить скорость пассажирского поезда, если известно, что в город **B** он приехал на 44 минуты раньше, чем товарный приехал в **A**, а встретились они спустя 2 часа после выезда. Расстояние от **A** до **B** более 100 км.

5. Доказать, что уравнение $x^4 - 8x^3 + 52x^2 - 24x + 4 = 0$ не имеет действительных решений.

6. Миша задумал трёхзначное число без нулей в десятичной записи и вычислил сумму этого числа и всех чисел полученных в результате перестановки его цифр. В результате он получил число 2775, которое сообщил Маше, добавив, что задуманное число - наименьшее из возможных. По этим данным Маша смогла определить задуманное число. Какое число задумал Миша?

7. Чему равен угол $\angle B$ треугольника **ABC**, если известно, что высоты, выходящие из вершин **A** и **C**, пересекаются внутри треугольника так, что одна из них делится точкой пересечения на равные части, а другая в отношении 2:1, считая от вершины.

10 класс

Вариант 2

1. Найти значение выражения $x_1^3 + x_2^3$, где x_1, x_2 - корни уравнения $x^2 - 6x + 10 = 0$

2. В равнобокой трапеции **ABCD**, **CH** — высота, проведённая к большему основанию **AD**. Найдите длину отрезка **HD**, если средняя линия **KM** трапеции равна 16, а большее основание 20.

3. Из города **A** в город **B** выехал пассажирский поезд. Одновременно с ним из города **B** на встречу выехал товарный поезд, скорость которого на 15 км/ч меньше, чем пассажирского. Определить скорость пассажирского поезда, если известно, что в город **B** он приехал на 44

минуты раньше, чем товарный приехал в А, а встретились они спустя 2 часа после выезда. Расстояние от А до В более 100 км.

4. Доказать, что уравнение $x^4 - 8x^3 + 52x^2 - 24x + 4 = 0$ не имеет действительных решений.

5. Друзья Саша и Коля живут на противоположных концах одной прямой улицы. Саше нужно отнести посылку к дому Коли, а Коле нужно отнести посылку к дому Саши. Они вышли одновременно, шли каждый со своей постоянной скоростью и вернулись в свои дома сразу же после того как оставили посылки в нужных местах. Какова длина улицы и кто шел быстрее, если в первый раз они встретились на расстоянии 500 метров от дома Саши, а второй раз на расстоянии 700 метров от дома Коля.

6. Окружности радиусов $b > a > 0$ касаются друг друга внешним образом. К ним проведены три общие касательные. Найти полупериметр образованного ими треугольника.

7. Найти все действительные значения параметра a , для которых уравнение $ax^2 + 5x + 2a^2 - 5 = 0$ имеет только целые решения.

11 класс

Вариант 2

1. Упростить выражение

$$\frac{\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^5 \sqrt{x}}}}{x^{\frac{7}{15}}}$$

2. Решить неравенство

$$(2^x - 4)(9^x - 243)(8^x - 2) \leq 0$$

3. Найти все корни уравнения $\sin \pi x + \cos \pi x = \sqrt{2}$ принадлежащие промежутку $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$

4. Два мастера, работая вместе, могут выполнить заказ за 18 часов. Но сначала начал работать первый мастер, а заканчивал заказ – второй. В результате заказ был выполнен за 40 часов, при чем первый мастер выполнил $\frac{2}{3}$ заказа. За сколько часов выполнил бы заказ второй мастер самостоятельно, если его производительность выше чем у первого?

5. Решить уравнение $\sqrt{x} = \frac{3}{6\sqrt{x} + \sqrt{6x-3}}$.

6. Центры одинаковых шаров радиуса 2 лежат в вершинах прямой призмы, боковое ребро которой равно 4, а основание — треугольник со сторонами 6, 8, 10. Найдите сумму объемов частей этих шаров, лежащих внутри призмы.

7. Найти все функции $f(x)$ такие, что для всех действительных x и y выполнено тождество $f(x) \cdot f(y) - xy = f(x) + f(y) - 1$.